APRENDER Y ENSEÑAR MATEMÁTICA RESOLVIENDO PROBLEMAS

Tender un puente entre los Problemas Escolares y los Problemas de la Vida Diaria

ABORDAJES EPISTEMOLÓGICO, PSICOPEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO

Artículo de la Especialidad

MARÍA ROSA MONTANARI*
2003

La Resolución de Problemas

Una de las razones confesadas más comunes para justificar la inclusión de las ciencias exactas y experimentales en el currículo educativo, suele ser la necesidad de proporcionar al alumnado una mínima cultura científica que les permita comprender el funcionamiento del mundo natural y abordar con espíritu crítico y reflexivo los avatares cotidianos con los que nos enfrenta este siglo del cambio y el conocimiento.

La solución de problemas entendida como estrategia educativa para aprender.

Una de las metas de la educación científica es acercar el saber científico y tecnológico de los alumnos al mundo cotidiano de modo tal que el primero ofrezca marcos conceptuales y estrategias de razonamiento que faciliten la comprensión, adaptación y acción sobre lo cotidiano.

Un diario vivir flexible y novedoso, al mismo tiempo que muy competitivo, hace que no baste proporcionar saberes empaquetados que prontamente pueden resultar obsoletos, es menester hacer de los alumnos personas hábiles para enfrentarse a los cambios que puedan requerir de ellos nuevos conocimientos y destrezas.

Deben estar preparados para resolver situaciones nuevas y sentirse capaces para emprender su abordaje.

Esta vinculación la vemos encarnada, epistemológica y psicopedagógicamente hablando, en el modelo de solución de problemas. La solución de problemas entendida como estrategia educativa para aprender.

* Doctora en psicología, Decana de Postgrado en UDELAS.

Por otro lado, consideramos que es una de las estrategias más valiosas para fomentar el aprender a aprender.

Es necesario que el alumnado adquiera no sólo el conocimiento ya elaborado, que constituye la cultura y la ciencia actual, sino también las herramientas y procedimientos que le permitan aprender por si mismo nuevos conocimientos.

Como señala Pozo, la solución de problemas es un modo de concebir las actividades educativas. Es una manerade habituar al alumnado a responder a sus propias preguntas en lugar de esperar que el profesor o el texto le transmitan una respuesta ya elaborada.

Tan importante como conocer los conceptos es saber apropiarse de ellos.

El hecho es que entre los planificadores de la educación y el profesorado existe una creciente sensación de desasosiego y de frustración.

Pero enseñar a resolver problemas a través de la estrategia de resolución de problemas, no consiste sólo en dotar a los alumnos de conocimientos y destrezas eficaces, sino también de crear en ellos el hábito de enfrentarse al aprendizaje como una situación a la que hay que responder.

En términos ausubelianos, significa desarrollar una de las condiciones imprescindibles para que se verifique el aprendizaje significativo: la disposición del alumno y la alumna para aprender significativamente.

El hecho es que entre los planificadores de la educación y el profesorado existe una creciente sensación de desasosiego y de frustración, al comprobar el relativo éxito de sus enseñanzas. Los alumnos no aprenden lo que se les pretende enseñar.

Por un lado, existen dificultades en la comprensión de los conceptos. Hay ciertas deficiencias comunes y muy frecuentes en la comprensión de los conceptos; por ejemplo, interpretar el término energía como sinónimo de una especie de "combustible", como algo casi material almacenado, que puede gastarse o desaparecer; o pensar que los objetos caen más rápidamente en función de su peso o que un punto tiene longitud y espesor.

Artículo de la Especialidad

Ahora bien, estas no son respuestas excepcionales, ni casuales. Más bien se trata de respuestas que son la regla, es la forma en que los alumnos entienden habitualmente esos fenómenos científicos.

¿A qué se debe esta escasa comprensión de dichos fenómenos y la persistencia de la misma?

La psicología cognitiva nos proporciona algunas luces al respecto y el abordaje epistemológico de las ciencias, otras.

Por otro lado, el alumnado no sólo encuentra dificultades en el aprendizaje de conceptos, como los mencionados, sino también dificultades procedimentales, referidas al uso de estrategias de razonamiento y solución de problemas propios del trabajo científico.

Es así como hay una escasa generalización de los procedimientos adquiridos del contexto original a otros contextos nuevos. No hay transferencia de los aprendizajes; en cuanto cambia el formato original en que algo fue adquirido, el alumno se siente incapaz de aplicar los algoritmos aprendidos. No reconocen las situaciones que son resueltas con ellos.

Otras veces no logran adquirir las destrezas que se requieren, ya sea para elaborar una gráfica a partir de ciertos datos, o saber hacer los algoritmos reconociendo, además, porque se recurre a ellos en ésta o aquella situación particular o cómo resolver problemas nuevos.

Por ello, cuando el profesorado piensa que ha habido aprendizaje, lo aprendido se difumina rápidamente en cuanto se trata de aplicarlo a otra situación distinta de la original o cuando se le pide que dé una explicación o una demostración de lo que está haciendo o afirmando.

Los alumnos tienden a afrontar las situaciones de aprendizaje de un modo repetitivo, como simples ejercicios rutinarios, en cambio de abordarlas como tareas abiertas que requieren reflexión y toma de decisiones por su parte. El papel del profesorado es muy importante en esta situación.

Al no encontrarle sentido a lo que se aprende, tanto en matemática como en las otras ciencias, se genera una actitud hacia el aprendizaje caracterizada por las siguientes creencias:

1. Aprender ciencia consiste en repetir de la mejor forma lo que explicó el profesor en clase.

2. Para aprender ciencia es mejor no intentar encontrar las propias respuestas sino aceptar lo dicho por el profesorado y los libros de texto.

3. El conocimiento científico es muy útil en el laboratorio, pero apenas sirve para la vida cotidiana.

Estas creencias fueron encontradas en nuestra investigación más reciente, tal como posteriormente adelantaremos.

El hecho es que aquellas actitudes llevan a que el alumno/a no sólo desarrolle escaso interés y poca motivación frente a las tareas propuestas, sino también a la adopción de posiciones pasivas en su aprendizaje, esperando siempre respuestas en lugar de formular preguntas, que es la manera de conocer, concibiendo los conocimientos como transmisiones incuestionables más que como investigaciones y asumiendo que el trabajo científico es una actividad individual más que solidaria y cooperativa.

Esta imagen de la ciencia, que tiene que ver muy poco con lo que ocurre en la producción científica y con lo que hacen los científicos en la realidad, suele estar reforzada por los medios de comunicación que muestran frecuentemente al científico/a como alguien vestido con una bata blanca manipulando aparatos en un laboratorio.

Un adecuado abordaje del aprendizaje de las ciencias, borrará también esta falsa idea de lo que hacen los científicos mostrándola más humana y evidenciando cuánto el desarrollo científico ha estado y está influido por factores socioeconómicos, políticos y hasta personales.

Desde nuestro punto de vista, el problema del aprendizaje de la matemática tiene que ver con todo esto y puede sintetizarse en la forma inadecuada de facilitar la interacción que debe haber entre el aprendiz como sujeto cognoscente y el objeto a conocer, en el desencuentro con aquello que se quiere conocer; en el desajuste entre la ciencia que se enseña (en sus formatos, contenidos, metas, metodologías, evaluación etc.) y los propios alumnos.

De este modo, resulta imprescindible cambiar la cultura científica educativa existente y, desde nuestro punto de vista, este cambio está vinculado al llamado constructivismo.

Veremos cómo esta perspectiva, la constructivista, responde mucho mejor a la forma en que el conocimiento se elabora en la propia evolución de las disciplinas y, ontogenéticamente, en el individuo; se aprende desde el punto de vista psicopedagógico y se enseña y divulga en la nueva sociedad del conocimiento y la tecnología.

Por lo tanto, esbozaremos el abordaje de la problemática, desde dos perspectivas: la epistemológica y la psicopedagógica.

El abordaje epistemológico

Not, en sus Pedagogías del Conocimiento, presenta tres formas en que es concebida la posibilidad de conocer: la heteroestructuración del conocimiento, la autoestructuración y la interestructuración del conocimiento.

Según el primero de estos puntos de vista, el saber se organiza desde el exterior y la educación consiste en una transmisión o injerto en el alumno de producciones externas destinadas a moldearlo.

Según el enfoque autoestructurante, el conocimiento no está afuera del sujeto que conoce.

Según el enfoque autoestructurante, el conocimiento no está afuera del sujeto que conoce. Por el contrario, él es el artesano de su propia construcción.

La tercera concepción, la interestructurante, opera como síntesis de las anteriores y plantea que los factores determinantes en la adquisición de los conocimientos no están ni sólo en los objetos, ni sólo en el sujeto cognoscente, sino en la interacción sujeto-objeto.

El enfoque constructivista que consideramos mejor explica la posibilidad de conocer, es el que la explica a partir de la interestructuración. Es así como aprender y enseñar, lejos de ser meros procesos repetitivos y de transmisión de conocimientos, implican la transformación de la mente de quien aprende, quien debe reconstruir, constructiva y activamente, los productos y procesos culturales que la civilización ha producido, apropiándose de ellos.

Lo que ocurre, es que durante mucho tiempo se concibió que el conocimiento científico surgía, exclusivamente, "de observar o escuchar a la naturaleza".

Claxton y Popper dicen que todo lo que había que hacer para formular una ley era observar, recoger datos y generalizar, de lo cual surgiría, inevitablemente, la verdad científica.

Ahora bien, esta imagen de la ciencia no está tan alejada de la actualidad pues en las escuelas se sigue difundiendo la enseñanza del "método científico" como una serie de pasos inmutables y rígidos y como un tema, aunque nunca se aplique en la resolución de algún problema científico.

La enseñanza de la matemática, no escapa a esta situación. Los alumnos/as la perciben como una serie de pasos y procedimientos inmutables y secuenciados, cuya modificación puede conducir al fracaso o la amonestación.

O sea que el conocimiento está afuera del que conoce. Ésa es la idea que subyace.

Por el contrario, la concepción interestructurante, supone una interacción dialéctica y un encuentro entre las estructuras cognitivas del que conoce y las características del objeto a conocer. Las posibilidades cognitivas del que conoce juegan un rol fundamental, como señala Piaget. Esto en primer término.

Epistemológicamente, podemos clasificar a las ciencias en: ciencias fácticas y ciencias no fácticas.

Ahora bien, cuáles son las características del saber matemático, pues es muy importante conocerlas para facilitar su comprensión.

Epistemológicamente, podemos clasificar a las ciencias en: ciencias fácticas y ciencias no fácticas. Las primeras mantienen, en gran parte, la vigencia de las teorías según resulte la confrontación de sus hipótesis con la realidad empírica. El control de sus aseveraciones depende, significativamente, de la contrastación con los hechos, la experiencia. Así ocurre con la psicología, la biología, la física, entre otras ciencias particulares.

Otra situación muy distinta acontece con las ciencias no fácticas: la matemática, la lógica.

Como dice Piaget en la Introducción a la Epistemología Genética, en el tomo dedicado al Pensamiento Matemático: "Las matemáticas nunca invocan la experiencia como criterio de verdad" (Piaget, J. 1973. p.58)

La abstracción y la generalización están en la base del conocimiento matemático y han generado, a lo largo de la historia de las matemáticas, conceptos cada vez más alejados de significados intuitivos, próximos a la experiencia y a contextos cotidianos.

Adentrarse en estos nuevos significados, que recurren a un lenguaje particular, repleto de signos "extraños" supone, sin lugar a dudas, un esfuerzo cognoscitivo y una disponibilidad afectiva y motivación que es necesario considerar a la hora de tratar de comprender las dificultades en su aprendizaje y en la búsqueda de soluciones para su enseñanza.

Los conocimientos matemáticos, pues, tienen la particularidad de ser abstractos y desligados de las representaciones perceptivas diarias. Responden a la lógica interna de las matemáticas, lógica deductiva y al principio de no contradicción, que difícilmente pueden representarse de forma tangible, sin menoscabar su sentido profundo.

El caso es que al alumnado que se inicia le resulta muy dificultoso captar este orden de ideas desvinculado de toda referencia a lo fáctico, y es por ello que existe una tensión entre la representación abstracta de los conocimientos matemáticos y las representaciones más accesibles a las experiencias vividas por los y las alumnas.

En general, no muchos comparten la sensibilidad de esa especie un poco "sospechosa" constituida por los matemáticos, que les permite gozar de la elegancia, el rigor y la belleza de la formalización matemática.

Como ejemplifica Desanti, con esta anécdota (citado por Marti Sala, 2000,p. 6):

> "En su primer día de clase un profesor de geometría explica a sus alumnos que una figura geométrica se compone de puntos. Coge una tiza, la apoya con fuerza en la pizarra y señala la manera redondeada, declarando: —"He aquí un punto".

Artículo de la Especialidad

Los alumnos, contentos de ver un punto, esperan que sigan las ilustraciones de diferentes figuras geométricas. Pero el profesor, contrariamente a las expectativas de sus alumnos, se pone a pronunciar palabras extrañas:

> —"Ahora voy a definiros lo que habéis visto. Un punto es aquello que no comporta ni anchura ni longitud".

Perplejidad en la clase. Los alumnos, atónitos, bombardean al profesor con preguntas. El profesor se enfada.

> —"No hay preguntas que valgan. Lo que os he indicado es la DE-FI-NI-CIÓN. Una definición, en matemáticas, se aprende y se respeta. Eso es todo".

Esta anécdota ejemplifica, claramente, la tensión que señalábamos más arriba entre la dificultad que tienen los muchachos/as de abandonar las representaciones tangibles para acoger otras más abstractas; además pone en evidencia la idea que tiene el profesor sobre la enseñanza de las matemáticas.

Es también inherente a las matemáticas el hecho de buscar definiciones de conceptos, leyes, o teoremas, lo más generales posibles.

Así se obtiene una simplicidad y una fuerza imposibles de lograr si los conocimientos matemáticos gozaran de niveles inferiores de generalidad.

Por ejemplo, veamos el siguiente problema: Si cada lado de un cuadrado tiene "y" cm, ¿Cuál es el perímetro del cuadrado? Una de las respuestas más habituales, es: $y + y + y + y$, expresión poco simplificada ya que las letras son concebidas como nombres atribuidos a los lados, a diferencia de la expresión: $4y$.

Abstracción y generalidad marchan unidas.

El lenguaje matemático es otro ejemplo de la abstracción y generalidad de la que hablábamos: números, letras e innumerables signos, constituyen el alfabeto matemático y confieren a su aprendizaje un aire místico y secreto. No nos debe extrañar, pues, que para muchos alumnos las matemáticas sean un montón de signos y fórmulas sin ningún sentido.

Otra característica de las matemáticas, es su estructura jerárquica. Todas las disciplinas requieren, para su aprendizaje, un orden determinado. Pero en matemáticas, este carácter jerárquico es más exigente. Por su naturaleza deductiva, esta ciencia se ha ido construyendo paso a paso, y ha ido generando conocimientos que integran a los anteriores como casos particulares. Si nos retrotraemos a los números naturales, los enteros, los fraccionarios, los racionales, los irracionales y los imaginarios, resulta fácil comprender el carácter integrativo y jerárquico de las matemáticas.

No nos debe extrañar, que para muchos alumnos las matemáticas sean un montón de signos y fórmulas sin ningún sentido.

Desde el punto de vista del alumno, esto significa que cualquier laguna conceptual puede tener consecuencias graves y en cadena, en la medida en que los conceptos sean necesarios para desarrollar otros ulteriores.

En síntesis, lo fundamental en la matemática es su consistencia lógica interna, la ausencia de contradicciones. Esto posibilita que una vez definidos los axiomas y determinadas ciertas reglas de transformación, se generen por inferencia deductiva otros enunciados consistentes con los primeros. Estos resultados no pueden ser calificados como "corroborados" o "refutados" por la experiencia externa. No dependen de ningún caso real. "Su significado es interno, formal." (Martí Sala, E. 2000. p.11)

Sin embargo, ese resultado matemático puede representar aspectos de la realidad. Es más, la matemática es sumamente útil para resolver cuestiones cotidianas, vinculadas a lo fáctico. No creo que haya muchos ámbitos de la realidad en los cuales la aplicación de modelos matemáticos no sea clarificador y explicativo.

Por lo tanto, podemos hablar de dos significados en matemáticas: uno interno, formal, puramente matemático; otro, referencial, que relaciona el sistema formal de la ciencia con algunos aspectos del mundo real.

Esto es muy importante a la hora de plantear problemas matemáticos, pues en ocasiones al alumnado le resulta difícil conciliar el modelo matemático "puro" y el que representa a la realidad.

Un ejemplo que menciona Martí, citando a Gardner, es el caso de una niña que sabía sumar perfectamente 16 y 9 contando galletas, pero se equivocaba cuando efectuaba la operación de manera escrita, pues obtenía 15 al olvidar llevarse 1. Cuando se la cuestionaba sobre la contradicción afirmaba que ambas soluciones eran correctas; ¡Una para contar galletas y otra para hacerlo con números escritos!

En otros casos, el alumno/a opera sobre los signos matemáticos, independientemente de toda referencia empírica, como en el siguiente ejemplo que menciona Martí, citando nuevamente a Gardner:

"¿Qué temperatura tiene el agua de un recipiente si mezclo dos recipientes que tenían agua a 10°?"
—20 grados, contesta el alumno.

Es sumamente importante recordar lo señalado y presentar problemas que no acentúen las divergencias que puede haber entre lo matemático puro y lo referencial tratando, en todo momento, de clarificar y redefinir los conceptos matemáticos en relación con los conceptos informales y cotidianos.

—"Sea n un número", dice el profesor.
—"Pero n es una letra", responde un alumno.

Quiero enfatizar lo señalado hasta ahora porque, en muchas ocasiones, al facilitar el aprendizaje de la matemática en la escuela, sólo se enfatiza su aspecto formal olvidándose del referencial, lo cual genera en el alumno la idea de que la aplicación de algoritmos, por ejemplo, es ajena al significado. Muchos alumnos y alumnas saben los algoritmos (sumar, dividir, etc.), pero desconocen las situaciones a las que pueden aplicarse.

Artículo de la Especialidad

Recuerdo que en una de nuestras investigaciones, *Ensayos para el Desarrollo del Pensamiento*, en un primer año de un colegio del nivel medio, la situación planteada exigía lograr nueve trozos de papel iguales para hacer banderines para los nueve equipos de basket que se habían constituido en el salón. Se repartieron papeles rectangulares grandes para que el alumnado confeccionara los banderines y se colocaron metros, cintas métricas y otros instrumentos para lograr la igualdad de los trozos. Los chicos y las chicas ensayaron innumerables procedimientos para hacer los banderines: dividían el papel por la mitad y luego otra vez por la mitad. Así no conseguían nueve trozos iguales, entonces, corrían " a ojo" la línea dejada por el doblez para lograr un banderín más... En algunos grupos fue necesaria la participación de la profesora quien debió inducir la utilización del metro para medir el papel y dividir entre nueve.

Es probable que la desvinculación con lo contextual, requerida en una etapa psicológica de la niñez y la adolescencia, induzca a los jóvenes a desconocer la pertinencia de la matemática, no reconozcan su utilidad y la perciban como mecánica y aburrida, tal como lo señala la investigación cuyo estado de avance comentaré próximamente.

Como acabamos de apreciar a lo largo de toda esta sección, conocer las peculiaridades de la matemática es una tarea imprescindible para comprender muchas de las dificultades que presenta su aprendizaje y es necesario considerarlas en el momento de plantear estrategias didácticas para su facilitación.

El abordaje psicopedagógico y didáctico

De hecho, a los supuestos epistemológicos interestructurantes señalados les corresponden, en el orden psicológico, el planteamiento de modelos y teorías que explican el aprendizaje y la enseñanza de manera constructivista.

Y así como a la glaciación positivista le correspondió la glaciación conductista, a las nuevas concepciones epistemológicas, les corresponde una manera activa y dinámica de explicar los aprendizajes de parte del que aprende, entendiéndose esta actividad no como mera reproducción o copia, sino como verdadera construcción o reconstrucción de los saberes elaborados por la civilización.

formular hipótesis para explicar hechos que van más allá de lo observable y someterlas a comprobaciones sistemáticas. Los esquemas probabilísticos, de razonamiento proporcional, correlacional, combinatorio, entre otros, cualifican esta etapa del desarrollo de la inteligencia.

En este proceso, acompañan a la equilibración, la experiencia física, es decir el intercambio con materiales; la experiencia social, es decir, el intercambio con otros y otras y la maduración.

A partir de esta teoría, se infiere que todos los conocimientos que requieran imaginar otras posibilidades más allá de lo real o inmediato y trabajar con ellas recurriendo a proporciones, control de variables etc. necesitará, según Piaget, la presencia del pensamiento formal.

La asunción de este modelo explicativo, nos llevó a realizar numerosas investigaciones para determinar en qué momento la adolescencia panameña accedía a la etapa formal, como posible hipótesis explicativa de los significativos fracasos señalados en el aprendizaje de las disciplinas científicas.

El análisis de las prácticas pedagógicas más generalizadas en el país, revelaban concepciones teóricas tradicionales, empiristas...

Mis estudios, coincidentes con otros realizados por el CIMECNE, de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad de Panamá, mostraron que recién a los 20 años, el 42.47% de la adolescencia estudiosa accedía a la etapa lógico formal del pensamiento.

Concluimos que los fracasos escolares estarían significativamente influidos por una incongruencia entre las exigencias curriculares y los niveles de pensamiento correspondientes, así como por la falta de habilidad del profesorado para desafiar las posibilidades y potencialidades cognoscitivas de los y las jóvenes recurriendo a estrategias más cónsonas con la forma de operar de los y las jóvenes, más concretas, más contextualizadas.

El análisis de las prácticas pedagógicas más generalizadas en el país, revelaban concepciones teóricas tradicionales, empiristas, positivistas, conductistas y memorísticas, basadas en la transmisión del conocimiento y en la pasividad del sujeto cognoscente, antítesis de las situaciones retadoras de la inteligencia y promotoras de la construcción activa de soluciones.

Artículo de la Especialidad

En la actualidad no existe un único constructivismo y varios enfoques tienen en común el reconocimiento de la participación activa del que aprende en lo que aprende.

Como es de todos conocido, Piaget dedicó gran parte de su monumental obra a estudiar las interrelaciones entre los factores del desarrollo cognitivo, fundamentalmente, la influencia de la interacción física.

Vigotsky, por su parte, enfatizó la influencia de la acción social y del lenguaje, los que facilitan el aprendizaje de nociones que estén en lo que él denominó, la zona de desarrollo próximo.

Como señala Pozo: aprender no es hacer fotocopias mentales del mundo ni enseñar es enviar un fax a la mente del alumnado para que éste emita una copia que el día del examen el profesor compara con el original en su día enviado por él. Ésta es, quizás, la tesis central del constructivismo psicológico.

Las teorías señaladas guiaron la realización de la investigación ya mencionada: Ensayos para el Desarrollo de la Inteligencia y el Aprendizaje, cuya hipótesis fue: la existencia de medios cognitivamente desafiantes, favorecedores de re-equilibraciones sucesivas a través de la interacción física y social, son favorables para el desarrollo del pensamiento y los aprendizajes. A sus resultados, brevemente, me referiré en un momento

En nuestro concepto, dichos medios desafiantes se visten, en la mediación didáctica, como problemas que deben ser resueltos por el alumnado.

¿Qué entendemos por problema:

Siguiendo a Lester, consideramos un problema "como una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución".*

La solución de problemas, entendidos como situaciones cuya resolución se desconoce y desencadenan una serie de procesos que

* Lester, F. Trends and issues in mathematical problem solving research. En: R. Lesh y M. Landau edit. Acquisitios of mathematical concepts and processes. Nueva York. Academic press. 1983.

culminan con su satisfacción, es la estrategia que propusimos para concretar la tan conocida relación asimilación-acomodación y equilibrios-desequilibrios cognitivos de Piaget.

Como ya señalamos, es una manera de acostumbrar al alumnado a formularse preguntas y responder a sus propias preguntas en lugar de esperar que el profesorado o el texto le transmitan una respuesta ya elaborada. El profesorado y los textos desempeñan un rol esencial en el desarrollo de estas actitudes y destrezas, sólo que aparecen con otros roles, complejos, como mediadores del conocimiento elaborado por la civilización y no como transmisores.

Se pone énfasis no sólo en el contenido conceptual, sino también en el proceso de apropiación del conocimiento.

Pero ambos aspectos, retomando a Ausubel, están condicionados por el conocimiento por parte el alumnado, de los conceptos previos que le dan sentido a los nuevos aprendizajes, sobre todo en matemáticas como ya lo señalamos, y que estén motivados, interesados en los aprendizajes, es decir, les encuentren sentido, utilidad y pertinencia.

Los alumnos no aprenden porque no están motivados.

Dado que el aprendizaje requiere esfuerzos, persistencia, continuidad y práctica, es necesario tener motivos que justifiquen el esforzarse, es necesario moverse hacia el aprendizaje, ir en su búsqueda.

La falta de motivación puede ser no sólo una causa de la falta de aprendizaje, sino también una de sus consecuencias. Los alumnos no aprenden porque no están motivados, pero, a su vez, como no aprenden cada vez tienen menos interés en aprender.

Para lograr la motivación, una de las primeras condiciones es que los alumnos, fundamentalmente los de las etapas más concretas, encuentren la conexión de los aprendizajes con el mundo cotidiano, qué problemas diarios ayudan a resolver, en dónde están, en la realidad, los conceptos científicos o sus referencias.

Hay que tener en cuenta que los alumnos/as no llegan a la escuela exentos de conocimientos matemáticos. Cuando ingresan al jardín o al primer grado, muestran una serie de destrezas matemáticas que han adquirido de una manera espontánea, socializada y contextualizada: son sensibles al concepto de numerosidad, conteo, tamaño, cercanía/lejanía, figuras abiertas o cerradas, entre otros principios fundamentales para el conocimiento geométrico y aritmético.

Estos conocimientos son el punto de partida de los conocimientos matemáticos escolares y surgen de una experiencia bastante distinta de la escolar: son fáciles de adquirir y de un gran valor adaptativo. También, es necesario reconocer, son poco flexibles, están muy poco articulados entre sí, son implícitos, no requieren justificación.

Lo interesante es reflexionar acerca de las razones por las cuales los primeros conocimientos matemáticos son adquiridos espontáneamente y de manera agradable, en tanto los conocimientos escolares son fuente, muchas veces, de frustración y disgusto.

Algunos estudios aportan elementos interesantes (Martí Sala, E. 2000):

a. Los procedimientos utilizados para resolver problemas son diferentes según los contextos de procedencia.
b. Los no escolarizados son menos formales y más naturales.
c. Tiene un alto valor instrumental y adaptativo.
d. Se basan en situaciones particulares.
e. También se basan en los principios matemáticos básicos de conteo, concepto de unidad, composición aditiva, etc.
f. Tienen "sentido" y responden a una necesidad.

Hace poco, comunicando el resultado de una investigación sobre aprendizaje de las ciencias duras y género, comentaba cómo, en una visita de observación de la interacción en el aula, quedó explicitado lo que trato de comunicar ahora: resulta que la profesora hablaba sobre máquinas simples y ejemplificaba con cosas como llantas de carros etc., todas cuestiones desvinculadas del área cotidiana de las chicas y más vinculadas al ámbito masculino. Los chicos estaban interesados mientras las chicas conversaban de otros temas, se reían etc. Hasta que la profesora sacó unas horquillas de tender ropa y comenzó a motivar al alumnado para que reconociesen la aplicación del concepto en ellas. En ese momento, las chicas se mostraron interesadas y comenzaron a participar activamente. ¡Por fin se veían a sí mismas en el terreno de las ciencias!

En una investigación que estoy efectuando sobre la motivación del alumnado para resolver problemas matemáticos, y esto es informe de avance, se recoge que el alumnado no está motivado, en un alto porcentaje, para aprender a resolver problemas matemáticos porque no perciben la relación que tienen con los problemas de la vida diaria:

1. De 334 jóvenes del nivel medio y universitario encuestados, ante el reactivo: ¿Crees tú que los razonamientos exigidos en la escuela para resolver problemas matemáticos, sirven para solucionar situaciones de la vida diaria?, el 67% de los chicos y chicas del nivel medio respondieron que sí; el 21% que no y el 10% que pocas veces; 6 chicos y chicas no respondieron. Es decir, casi el 33% no ve relación o ve una relación escasa entre los problemas escolares y los que se dan en contextos cotidianos.

Casi el 33% no ve relación o ve una relación escasa entre los problemas escolares y los que se dan en contextos cotidianos.

2. El 50% de los y las universitarias, afirma que sí hay relación; el 25% afirma que no hay relación y el 25% restante señala que hay muy poca relación. Es decir, el 50% del estudiantado universitario no percibe relación o percibe muy poca relación entre los problemas de la vida diaria y los planteados en la escuela.

3. El 45% de los encuestados opinan que las matemáticas son mecánicas y aburridas.

4. Respecto al reactivo que dice: ¿Estás de acuerdo con esta afirmación?: para resolver problemas matemáticos es más importante aplicar de memoria las fórmulas o pasos enseñados por el profesor/a, que descubrir y proponer nuevas formas de solución?, el 60% del estudiantado del nivel medio dijo estar de acuerdo; 26% dijo no estar de acuerdo y 9% señaló que las dos eran opciones válidas dependiendo de la ocasión; 5% no respondió. Entre las justificaciones, están: "Estoy de acuerdo porque sólo somos estudiantes que no somos capaces de descubrir nuevas formas", "De memoria, así es.", "No, es mejor no memorizarlo todo", "Lo mejor es realizarlo como uno lo entiende porque de memoria no aprenderíamos nada".

Entre los universitarios, sólo el 18% señaló estar de acuerdo; el 62% señaló no estar de acuerdo y el 14% señaló ambas posibilidades como válidas.

5. El 57% afirma que " la mayoría de las veces no entiende los problemas matemáticos"

Por lo tanto, es necesario tender un puente entre las matemáticas y los problemas cotidianos en el diseño y planificación de los problemas escolares, reconociendo que los alumnos se hallan más cerca de los problemas cotidianos que de los matemáticos y que es necesario crear escenarios que les ayuden progresivamente a cruzar el puente.

Creo que el escenario más propicio adopta la forma de resolución de problemas. Recuerdo una clase que fue muy motivadora para el alumnado, como parte de Los Ensayos y que tenía que ver con el aprendizaje del perímetro.

Era un quinto grado. Reunidos con el grupo de maestros y maestras, la de quinto comentó que durante la semana siguiente debía facilitar el concepto de perímetro y que le gustaría que entre todos y todas planificáramos una situación para cuya resolución se requiriese la construcción del concepto. Estaban próximas las fiestas patrias por lo que la escuela se comenzaba a vestir de azul, rojo y blanco. Nos pareció propicia la ocasión para lograr que la maestra indujera en el grupo de escolares la necesidad de redecorar el salón y, sobre todo, el borde del tablero que realmente lucía despintado y viejo. Una vez lograda la propuesta, la maestra podría inducir que quedaría muy lindo si se lo bordeara con cintas de los colores de la Patria: rojo, azul y blanco. De allí en más, dividiría al grupo en tres: el grupo de la cinta azul, el de la cinta roja y el de la blanca, para que cada uno le informase cuánta cinta de cada color se necesitaría. Esta medida debía ser exacta para solicitar a la cooperadora de la escuela que las adquiriera. Así lo hizo la semana siguiente y con gran entusiasmo, que nada tiene que ver con la indisciplina, cada grupo tomó los metros o las cintas métricas que la maestra había dejado sobre su escritorio "por si los necesitaban" y comenzaron a medir lados del tablero, a sumar, calcular etc.

Artículo de la Especialidad

Pasados treinta minutos, aproximadamente, los grupos ya tenían sus respuestas. La maestra se levantó del escritorio y solicitó a cada grupo que anotara el resultado así como explicara el procedimiento seguido para lograrlo. He aquí, lo que ocurrió:

Grupo de la cinta blanca: Se necesitan 6 metros.

Procedimiento: "Medimos el lado largo del tablero, luego le sumamos lo que medía el lado corto, luego le sumamos lo que medía el otro lado largo y, finalmente, le sumamos lo que medía el otro lado corto. Dio 6 metros." La maestra sugirió que usara notación matemática para expresar las acciones realizadas y el niño del grupo blanco, anotó:

L (lado largo) + l (lado corto) + L + l =
2m. + 1m. + 2m. + 1m. = 6 m.

Por su parte, el grupo de la cinta roja había llegado al mismo resultado pero utilizando otro procedimiento, lo que interesó mucho a la maestra. He aquí, poco más o menos, lo que dijo la niña del grupo rojo:

Grupo de la cinta roja: Se necesitan 6 metros.

Procedimiento: "Medimos el lado largo del tablero y lo multiplicamos por 2 (¿) porque hay dos lados largos iguales; luego medimos el lado corto y lo multiplicamos por dos (¿) porque los dos lados cortos de un rectángulo son iguales. Y luego sumamos. (¿)

L * 2 + 1 * 2 = 2 * 2 + 1 * 2 = 6 m.

La maestra explicó que si primero había que multiplicar y luego sumar los resultados de la multiplicación, se debía poner paréntesis para que así fuera la secuencia de la operación:

(L * 2) – (1 * 2) = 6 m.

El grupo de la cinta azul habia seguido el mismo procedimiento que el primer grupo. Se reflexionó sobre lo interesante de una situación que habia sido resuelta de maneras distintas y preguntó si habría más formas de resolver la misma situación. Solicitó que alguien sintetizara las acciones realizadas y qué habian averiguado para resolver el problema: respondieron que averiguaron la medida del borde del tablero, del marco del tablero, del contorno, que era rectangular. Estaban definiendo el concepto de perímetro. La maestra informó que ese concepto en geometría se denomina perímetro. Que ellos y ellas habían averiguado el perímetro del tablero, que era rectangular. Durante los días subsiguientes se plantearon situaciones de lo más diversas que exigían obtener perímetros, para contextos diferentes, facilitando así el proceso de generalización. Se plantearon de manera directa e indirecta, promoviendo la reversibilidad del pensamiento: en ocasiones los datos conocidos eran los lados y había que buscar el perímetro, en otras los datos conocidos eran el perímetro de una figura y la medida de uno de sus lados y había que averiguar la medida del restante, por ejemplo. Recurrieron a los libros, resolvieron los problemas planteados, inventaron problemas para cuya resolución era necesario hallar el perímetro de las figuras, verbalizaron y demostraron de varias maneras las deducciones efectuadas.

El trabajo grupal permitía contrastar diversas opiniones, diversas soluciones promoviendo el protagonismo de los y las alumnas en la construcción del conocimiento.

Este fue el tipo de situaciones que postulamos como desafiantes para promover el desarrollo cognitivo y los aprendizajes.

La estrategia didáctica propuesta en Los Ensayos era, sintéticamente, como sigue: se planteaba un problema al grupo para que éste lograra su resolución, contando con la orientación del profesorado quienes, como más expertos, contribuía a encontrar la solución buscada no dándola, sino propiciándola a través de preguntas sugerentes, materiales, etc.

Finalmente, había un momento en el que la maestra o maestro sintetizaba las conclusiones de los grupos, clarificaba, profundizaba, aclaraba, relativizaba, complementaba.

Tampoco caíamos en el " activismo" de la acción permanente y el perpetuo movimiento. Debía darse tiempo para la reflexión, la tranquilidad, el silencio de la meditación. Durante ellas el "cerebro" no cesa de trabajar.

Estos fueron los resultados, luego de dos años de aplicación de Los Ensayos en la Escuela Manuel Espinosa Batista:

CUADRO 1

Comparación de las Calificaciones Obtenidas por los Estudiantes Participantes y No Participantes de la Experiencia, de 6° Grado.

Grupos Calificaciones	Participantes	No participantes
Español	4.5	4.0
Matemática	4.4	3.8
Ciencias	4.5	3.9
Estudios sociales	4.3	4.3
Promedio	**4.4**	**4.0**

El análisis de los datos permite observar diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento académico del estudiantado que participa de la experiencia respecto al que no lo hace. Fundamentalmente, los razonamientos matemático y científico son los más beneficiados por la estrategia planteada y el matemático obtiene resultados superiores. (Montanari, 1997)

CUADRO 2

Comparación de las Caracteristicas Personales del Comportamiento Desarrolladas por el Grupo Participantes y el No Participantes en el Procedimiento Innovador

Grupo Características	Participantes			No participantes		
	alto	regular	total	alto	regular	total
Iniciativa	17	9	26	6	15	21
Participación	21	5	26	7	14	21
Capacidad de razonamiento	16	10	26	5	16	21

Con el propósito de determinar la significación de las diferencias halladas y la eventual relación entre las variables estudiadas, se recurrió a la prueba de x^2.

Todas las diferencias resultaron significativas, rechazándose así la hipótesis de nulidad lo cual permitió atribuir las diferencias encontradas al efecto del procedimiento innovador.

Artículo de la Especialidad

Ahora bien, la utilización de este tipo de estrategia requiere de adecuado material didáctico para que los y las estudiantes puedan, por sí mismos y mediado por el educador, construir los aprendizajes partiendo de situaciones problematizadoras.

En síntesis: Las matemáticas no serían tales sin su lenguaje abstracto y formalizado. Pero tales sutilezas formales no están desvinculadas de significado (tanto el propiamente matemático como el referencial).

Es de radical importancia lograr un equilibrio entre el desafío de la formalización y la contextualización referencial. De lo contrario, se puede pasar de una enseñanza transmisora, basada en la memorización de reglas, a una enseñanza puramente intuitiva que no induzca progresivamente a la formalización.

Es necesario garantizar la relación entre el significado referencial y el puramente matemático constantemente.

Creo que una de las mejores maneras de lograrlo es planteando situaciones problematizadoras concretas que sean expresiones del modelo matemático en cuestión. Estas situaciones pueden partir de un planteamiento natural, a través de medios de expresión como cintas, fichas, palitos, gráficos, esquemas y, progresivamente, desembocar en planteamientos matemáticos más puros, abstractos y generales.

En síntesis: Las matemáticas no serían tales sin su lenguaje abstracto y formalizado.

Para facilitar la transición de lo particular a lo general y más abstracto, también es conveniente trabajar los conceptos en diferentes contextos. De lo contrario, en cambio de plantear verdaderos problemas, es probable que se planteen simples ejercicios y los alumnos sólo aprenderán los algoritmos como rutinas de cálculo.

Las situaciones deben ser significativas para los alumnos y alumnas. El hecho de resultarles interesantes y pertinentes les permite sentirse protagonistas del aprendizaje al tener un margen de iniciativa que no logran cuando se limitan a aplicar procedimientos a problemas cuyo sentido no perciben.

La resolución de problemas como situación didáctica, implica una interacción entre el/la estudiante con un reto a resolver, una interacción dialéctica en la cual el sujeto anticipa y finaliza acciones comprometiendo sus conocimientos anteriores, sometiéndolos a revisión, modificándolos, complementándolos o rechazándolos, ayudado por el profesor.

Estas consideraciones nos remiten, inevitablemente, a la noción de obstáculo epistemológico, noción fértil proveniente de algunas concepciones de la epistemología crítica, que da cuenta del progreso del conocimiento como superación de obstáculos y errores y que es necesario incorporar a la hora de traducir la constitución del conocimiento (tema epistemológico) a la planificación de su enseñanza (tema didáctico).

Es así como el problema va a jugar en el proceso didáctico un rol fundamental:

- El problema debe ser una situación que promoverá en el alumno o alumna una serie de intercambios relativos a una cuestión que constituye un obstáculo a solucionar.
- Las condiciones en que se desarrolla esta situación-problema son, inicialmente, escogidas por la persona que enseña.
- El control de la situación debe pasar del que la propone al que la resolverá. La motivación nace, en gran medida, de este traspaso.
- El estudiante debe establecer la validez de sus afirmaciones, por lo que el o la docente deben dirigirse al estudiante como un sujeto capaz de exponer argumentos, aceptar o rechazar afirmaciones, presentar pruebas o demostraciones u oponer argumentaciones. Estos intercambios entre docentes y alumnos permiten explicitar teorías matemáticas.

Queda claro, por consiguiente, que los problemas son considerados no como medios para dificultar los aprendizajes sino, por el contrario, como la mejor alternativa para ayudar a superar obstáculos y facilitar aprendizajes constructivos.

El rol del profesorado consiste, fundamentalmente, en:

- Organizar la situación didáctica de modo que el conocimiento sea planteado como un objeto de enseñanza que puede ser adquirido bajo su orientación y facilitación.

Artículo de
la Especialidad

- Permitir a los y las estudiantes aceptar la responsabilidad de resolver el problema propuesto, mediante procesos de argumentación y confrontación.
- Explicitar la convergencia entre las conclusiones logradas durante el proceso de solución con las obtenidas por el conocimiento institucionalizado e históricamente desarrollado hasta el momento.

De este modo, conceptualizamos la estrategia de resolución de problemas como un remedio muy eficaz para que el alumnado abandone la idea de que hacer matemática es aplicar siempre y de memoria la regla enseñada por el profesor/a, que hay sólo un resultado posible en las soluciones, que es aburrida y poco creativa, que no tiene sentido o que no sirve para nada.

Bibliografía

Castorina J A., Vasco C E y otros. *Piaget en la Educación*. Paidós Educador. México. 1999.

Garza R M y Leventhal S. *Aprender cómo Aprender*. Trillas. México. 1999.

Furió, Carlos. *Memorias del Primer Encuentro Latinoamericano de Investigadores en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Impresora Universitaria. Panamá. 1994.

Gardner, H. *La Mente no Escolarizada. Cómo Piensan los Niños y Cómo Deberían Enseñar las Escuelas*. Barcelona. Paidós. 1993.

González Rey F. *Epistemología Cualitativa y Subjetividad. Pueblo y Educación*. Cuba. 1997.

Lester, F. *Trends and Issues in Mathematical Problem Solving Research*, in Lesh, R. and Landau, M. edit. Acquisitions of Mathematical Concepts and Processes. New York Academic Press. 1983.

Martí Sala, Eduardo. *Psicopedagogía de las Matemáticas*, en Gonzalez, Julio. Psicología de la Instrucción. Vol 5. Psicopedagogías Específicas, Áreas Curriculares y Procesos de Intervención. Pienda Editores. España. 2000.

Montanari, María Rosa. *Estudio Descriptivo Sobre la Edad de Desarrollo en la cual los Niños Panameños están aptos para aprender Lectoescritura y Matemática*. En: Investigación Educativa. ME, PNUD, UNESCO. Panamá. 1993.

Montanari, María Rosa. *Estudio Descriptivo Acerca de la Edad en la que el Adolescente Panameño Accede al Pensamiento Lógico-Formal*. MINEDUC. Panamá. 1993.

Montanari, María Rosa. Paradigmas, Ilusiones Pedagógicas y Aprendizaje Estructural. En: Reflexiones, Enfoques y Propuestas sobre el Desarrollo Educativo Panameño. MINEDUC, PNUD, UNESCO. Impresora educativa. Panamá. 1992.

Montanari, María Rosa. *Ensayos Para el Desarrollo del Pensamiento: El Constructivismo en la Escuela. Investigación.* Vicerrectoría de Investigación y Postgrado. Universidad de Panamá. Panamá. 1997.

Montanari, María Rosa. *Estado de avance de la investigación: Relación entre los Problemas Matemáticos Escolares y los Problemas de la Vida Diaria.* Inédita.

Montanari, María Rosa. *Aprendizaje de las Ciencias, Constructivismo y Género.* Instituto de la Mujer/Universidad de Panamá - Unión Europea. Panamá. 2002

Not, Louis. *Las Pedagogías del Conocimiento.* Fondo de Cultura Económica. Colombia. 1994.

Piaget, Jean: *Introducción a la Epistemología Genética.* Tomo I El Pensamiento Matemático. Buenos Aires. Paidós. 1975.

Pozo, Juan Ignacio. *Solución de Problemas.* Santillana. España. 1998.

Referencias electrónicas:

http/www.monografias.com/trabajos/epistemología.shtmi

Suarez Trujillo, Manuel. Introducción a la Epistemología.