**APRENDER Y ENSEÑAR MATEMÁTICA**

**RESOLVIENDO PROBLEMAS**

Tender un puente entre los Problemas Escolares

y los Problemas de la Vida Diaria

Artículo de

la Especialidad

ABORDAJES EPISTEMOLOGICO, PSICOPEDAGOGICO y DIDACTICO

MARIA ROSA MONTANARI

2003

**La Resolución de Problemas**

Una de las razones confesadas mus comunes para justificar la inclusión de las ciencias exactas y experimentales en el currículo educativo, suele ser la necesidad de proporcionar al alumnado una mínima cultura científica que les permita comprender el funcionamiento del mundo natural y abordar con espíritu crítico y reflexivo los avatares cotidianos con los que nos enfrenta este siglo del cambio y el conocimiento.

La *solución de problemas*

*Entendida como estrategia*

*educativa para aprender.*

Una de las metas de la educación científica es acercar el saber científico y tecnológico de los alumnos al mundo cotidiano de modo tal que el primero ofrezca marcos conceptuales y estrategias de razonamiento que faciliten la comprensión, adaptación y acción sobre lo cotidiano.

Un diario vivir flexible y novedoso, al mismo tiempo que muy competitivo, hace que no baste proporcionar saberes empaquetados que prontamente pueden resultar obsoletos, es menester hacer de los alumnos personas hábiles para enfrentarse a los cambios que puedan requerir de ellos nuevos conocimientos y destrezas.

Deben estar preparados para resolver situaciones nuevas y sentirse capaces para emprender su abordaje.

Esta vinculación la vemos encarnada, epistemológica y psicopedagógicamente hablando, en el modelo de solución de problemas. La solución de problemas entendida como estrategia educativa para aprender.

Por otro lado, consideramos que es una de las estrategias más valiosas para fomentar el aprender a aprender.

Es necesario que el alumnado adquiera no sólo el conocimiento ya elaborado, que constituye la cultura y la ciencia actual, sino también las herramientas y procedimientos que le pem1itan aprender por sí mismo nuevos conocimientos.

Artículo de

la Especialidad

Como seña la Pozo, la solución de problemas es un modo de concebir las actividades educativas. Es una manera de habituar al alumnado a responder a sus propias preguntas en lugar de esperar que el profesor o el texto le transmitan una respuesta ya elaborada.

Tan importante como conocer los conceptos es saber apropiarse de

Ellos.

Pero enseñar a resolver problemas a través de la estrategia de resolución de problemas, no consiste sólo en dotar a los alumnos de conocimientos y destrezas eficaces, sino también de crear en ellos el hábito de enfrentarse al aprendizaje como una situación a la que hay que responder.

*El hecho es que entre los planificadores de* la *educación y* el *profesorado existe una creciente sensación* de *desasosiego y de frustración.*

En términos ausubelianos, significa desarrollar una de las condiciones imprescindibles para que se verifique el aprendizaje significativo: la disposición del alumno y la alumna para aprender significativamente.

Elhecho es que entre los planificadores de la educación y el profesorado existe una creciente sensación de desasosiego y de frustración, al comprobar el relativo éxito de sus enseñanzas, Los alumnos no aprenden lo que se les pretende enseñar.

Por un lado, existen dificultades en la comprensión de los conceptos,

Hay ciertas deficiencias comunes y muy frecuentes en la comprensión de los conceptos; por ejemplo, interpretar el término energía como sinónimo de una especie de "combustible", como algo casi material almacenado, que puede gastarse o desaparecer; o pensar que los objetos caen más rápidamente en función de su peso o que un punto tiene longitud y espesor.

Ahora bien, estas no son respuestas excepcionales, ni casuales. Más bien se trata de respuestas que son la regla, es la forma en que los alumnos entienden habitualmente esos fenómenos científicos.

¿A qué se debe esta escasa comprensión de dichos fenómenos y la persistencia de la misma?

Artículo de

la Especialidad

La psicología cognitiva nos proporciona algunas luces al respecto y el abordaje epistemológico de las ciencias, otras.

Por otro lado, el alumnado no sólo encuentra dificultades en el aprendizaje de conceptos, como los mencionados, sino también dificultades procedimentales, referidas al uso de estrategias de razonamiento y solución de problemas propios del trabajo científico.

Es así como hay una escasa generalización de los procedimientos adquiridos del contexto original a otros contextos nuevos. No hay transferencia de los aprendizajes: en cuanto cambia el formato original en que algo fue adquirido, el alumno se siente incapaz de aplicar los algoritmos aprendidos. No reconocen las situaciones que son resuelta" con el los.

Otras veces no logran adquirir las destrezas que se requieren, ya *sea* para elaborar una gráfica a partir de ciertos datos, o saber hacer losalgoritmos reconociendo, además, porque se recurre a ellos en éstao aquella situación particular o cómo resolver problemas nuevos.

Por ello, cuando el profesorado piensa que ha habido aprendizaje, lo aprendido se difumina rápidamente en cuanto se trata de aplicarlo a otra situación distinta de la original o cuando se le pide que dé una explicación o una demostración de lo que está haciendo o afirmando.

Los alumnos tienden a afrontar las situaciones de aprendizaje de un modo repetitivo, como simples ejercicios rutinarios, en cambio de abordarlas como tareas abiertas que requieren reflexión y toma de decisiones por su parte. El papel del profesorado es muy importante en esta situación.

Al no encontrarle sentido a lo que se aprende, tanto en matemática como en las otras ciencias, se genera una actitud hacia el aprendizaje caracterizada por las siguientes creencias:

1. Aprender ciencia consiste en repetir de la mejor forma lo que explicó el profesor en clase.
2. Para aprender ciencia es mejor no intentar encontrar las propias respuestas sino aceptar lo dicho por el profesorado y los libros de texto.

Artículo de

la Especialidad

1. El conocimiento científico es muy útil en el laboratorio, pero apenas sin c para la vida cotidiana.

Estas creencias fueron encontradas en nuestra investigación más reciente, tal como posteriormente adelantaremos.

El hecho es que aquellas actitudes llevan a que el alumno/a no sólo desarrolle escaso interés y poca motivación frente a las tareas propuestas, sino también a la adopción de posiciones pasivas en su aprendizaje, esperando siempre respuestas en lugar de formular preguntas, que es la manera de conocer, concibiendo los conocimientos como transmisiones incuestionables más que como investigaciones y asumiendo que el trabajo científico es una actividad individual más que solidaria y cooperativa.

Esta imagen de la ciencia, que tiene que ver muy poco con lo que ocurre en la producción científica y con lo que hacen los científicos en la realidad, suele estar reforzada por los medios de comunicación que muestran frecuentemente al científico/a como alguien vestido con un" bata blanca manipulando aparatos en un laboratorio.

Un adecuado abordaje del aprendizaje de las ciencias, borrará también esta falsa idea de lo que hacen los científicos mostrándola más humana y evidenciando cuánto el desarrollo científico ha estado y está influido por factores socioeconómicos, políticos y hasta personales.

Desde nuestro punto de vista, el problema del aprendizaje de la matemática tiene que ver mil todo esto y puede sintetizarse en la forma inadecuada de facilitar la interacción que debe haber entre el aprendiz como sujeto cognoscente y el objeto a conocer; en el desencuentro con aquello que se quiere conocer; en el desajuste entre la ciencia que se enseña (en sus formatos, contenidos, metas, metodologías, evaluación, etc.) y los propios alumnos.

De este modo, resulta imprescindible cambiar la cultura científica educativa existente y, desde nuestro punto de vista, este cambio está vinculado al llamado constructivismo.

Veremos cómo esta perspectiva, la constructivista, responde mucho mejor a la forma en que el conocimiento se elabora en la propia evolución de las disciplinas y, ontogénicamente, en el individuo; se aprende desde el punto de vista psicopedagógico se enseña y divulga en la nueva sociedad del conocimiento y la tecnología.

Artículo de

la Especialidad

Por lo tanto, esbozaremos el abordaje de la problemática, desde dos perspectivas: la epistemológica y la psicopedagógica.

***El abordaje epistemológico***

Not, en sus Pedagogías del Conocimiento, presenta tres formas en que es concebida la posibilidad de conocer: la heteroestructuración del conocimiento, la autoetructuración y la iterestructuración del conocimiento.

Según el enfoque auto-

estructurante, el conocí-miento no está afuera del

sujeto que conoce.

Según el primero de estos puntos de vista, el saber se desde el exterior y la educación consiste en una transmisión o injerto en el alumno de producciones externas destinadas a moldearlo.

Según el enfoque autoestructurante, el conocimiento no está afuera del sujeto que conoce. Por el contrario, él es el artesano de su propia construcción.

La tercera concepción, la interestructurante, opera como síntesis de las anteriores y plantea que los factores determinantes en la adquisición de los conocimientos no están ni sólo en los objetos, ni sólo en el sujeto cognoscente, sino en la interacción sujeto-objeto.

El enfoque constructivista que consideramos mejor explica la posibilidad de reconocer, es el que la explica a partir de la interestructuración. Es así como aprender y enseñar, lejos de ser meros procesos repetitivos y de transmisión de conocimientos, implican la transformación de la mente de quien aprende, quien debe reconstruir, constructiva y activamente, los productos y procesos culturales que la civilización ha producido, apropiándose de ellos.

Lo que ocurre, es que durante mucho tiempo se concibió que el conocimiento científico surgía, exclusivamente, "de observar o escuchar a la naturaleza".

Claxton y Popper dicen que lodo lo que había que hacer para formular una leyera observa, recoger datos y generalizar, de lo cual surgiría, inevitablemente, la verdad científica.

Artículo de

la Especialidad

Ahora bien, esta imagen de la ciencia no está tan alejada de la actualidad pues en las escuelas se sigue difundiendo la enseñanza del "método científico" como una serie de pasos inmutables y rígidos

y como un tema, aunque nunca se aplique en la resolución de algún problema científico.

La enseñanza de la matemática, no escapa a esta situación. Los alumnos/as la perciben como una serie de pasos y procedimientos inmutables y secuenciados, cuya modificación puede conducir al fracaso o la amonestación.

O sea que el conocimiento está afuera del que conoce. Ésa es la idea que subyace.

Porel contrario, la concepción interestructurante, supone una interacción dialéctica *y* un encuentro entre las estructuras cognitivas del que conoce y las características del objeto a conocer. Las posibilidades cognitivas del que conoce juegan un rol fundamental, como señala Piaget. Esto en primer término.

*Epistemológicamente, pode-*

*mos clasificar a las ciencias en: ciencias fácticas y no fácticas.*

Ahora bien, cuáles, son las características del saber Matemático, pues es muy importante conocerlas para facilitar su comprensión.

Epistemológicamente, podernos clasificar a las ciencias en: ciencias fácticas y ciencias no fácticas. Las primeras mantienen, en gran parte, la vigencia de las teorías según resulte la confrontación de sus hipótesis con la realidad empírica. El control de sus aseveraciones depende, significativamente, de la contrastación con los hechos, la experiencia. Así ocurre con la psicología, la biología, la física, entre otras ciencias particulares.

Otra situación muy distinta acontece con las ciencias no fácticas: la matemática, la lógica.

Como dice Piaget en la Introducción a la Epistemología Genética, en el tomo dedicado al Pensamiento Matemático: "Las matemáticas nunca invocan la experiencia como criterio de verdad" (Piaget. J. 1973. p.58)

Artículo de

la Especialidad

La abstracción y la generalización están en la base del conocimiento matemático y han generado, a lo largo de la historia de las matemáticas, conceptos cada vez más alejados de significados intuitivos próximos a la experiencia y a contextos cotidianos.

Adentrarse en estos nuevos significados, que recurren a un lenguaje

Particular, repleto de signos "extraños" supone, sin lugar a dudas, un esfuerzo cognoscitivo y una disponibilidad afectiva y motivación que es necesario considerar a la hora de tratar de comprender las dificultades en su aprendizaje y en b búsqueda de soluciones para su enseñanza.

Los conocimientos matemáticos, pues, tienen la particularidad de ser abstractos y desligados de las representaciones perceptivas dianas. Responden a la lógica interna de las matemáticas, lógica deductiva y al principio de no contradicción, que difícilmente pueden representarse de forma tangible, sin menoscabar su sentido profundo.

Elcaso es que al alumnado que se inicia le resulta muy dificultoso captar este orden de ideas desvinculado de toda referencia a lo fáctico y es por ello que existe una tensión entre la representación abstracta de los conocimientos matemáticos y las representaciones más accesibles a las experiencias vividas por los y las alumnas.

En general, no muchos comparten la sensibilidad de esa especie un poco "sospechosa" constituida por los matemáticos, que les permite

gozar de la elegancia, el rigor y la belleza de la formalización matemática.

Como ejemplifica Desanti, con esta anécdota (citado por Martí Sala, 2000, p. 6):

"En Su primer día de clase un profesor de geometría explica a sus alumnos que una figura geométrica se compone de puntos. Coge una tiza, la apoya con fuerza en la pizarra y señala la manera redondeada, declarando: - "He aquí un punto”.

Los alumnos, contentos de ver un punto, esperan que sigan las ilustraciones de diferentes figuras geométricas. Pero el profesor, contrariamente a las expectativas de sus alumnos, se pone a pronunciar palabras extrañas:

Artículo de

la Especialidad

- "Ahora voy definiros lo que habéis visto. Un punto es aquello que no comporta ni anchura ni longitud".

Perplejidad en la clase. Los atónitos, atónitos, bombardean al profesor con preguntas. El profesor se enfada.

-"No hay preguntas que valgan. Lo que os he indicado es la DE-FI -NI -CIÓN. Una definición, en matemáticas, se aprende y se respeta. Eso es todo".

Esta anécdota ejemplifica, claramente, la tensión que señalábamos más arriba entre la dificultad que tienen los muchachos/as de abandonar las representaciones tangibles para acoger otras más abstractas; además pone en evidencia la Idea que tiene el profesor sobre la enseñanza de las matemáticas.

Es también inherente a las matemáticas el hecho de buscar definiciones de conceptos, leyes, o teoremas, lo más genera les posibles.

Así se obtiene una simplicidad y una fuerza imposibles de lograr si los conocimientos matemáticos gozaran de niveles inferiores de generalidad.

Por ejemplo, veamos el siguiente problema: Si cada lado de un cuadrado tiene "y" cm, ¿Cuál es el perímetro del cuadrado? Una de las respuestas más habituales, es: y + y + y + y, expresión poco simplificada ya que las letras son concebidas como nombres atributos a los lados, a diferencia de la expresión: 4y.

Abstracción y generalidad marchan unidas.

El lenguaje matemático es otro ejemplo de la abstracción y generalidad de la que hablábamos: números, letras e innumerables signos, constituyen el alfabeto matemático y confieren a su aprendizaje un aire místico y secreto. No nos debe extrañar, pues, que para muchos alumnos las matemáticas sean un montón de signos y fórmulas sin ningún sentido.

Artículo de

la Especialidad

Otra característica de las matemáticas, es su estructura jerárquica.

Todas las disciplinas requieren, para su aprendizaje, un orden determinado. Pero en matemáticas, este carácter jerárquico es más exigente. Por su naturaleza deductiva, esta ciencia se ha ido construyendo paso a paso, y ha ido generando conocimientos que integran a los anteriores como casos particulares. Si nos retrotraemos a los números naturales, los enteros, los fraccionarios, los racionales, los irracionales y los imaginarios, resulta fácil comprender el carácter integrativo y jerárquico de las matemáticas.

*No nos debe extrañar, que*

*para muchos alumnos las*

*matemáticas sean un montón de signos y fórmulas sin ningún sentido.*

Desde el punto de vista del alumno, esto significa que cualquier laguna conceptual puede tener consecuencias graves y en cadena, en la medida en que los conceptos sean necesarios para desarrollar otros ulteriores.

En síntesis, 10 fundamental en la matemática es su consistencia lógica Interna, la ausencia de contradicciones. Esto posibilita que una vez definidos los axiomas y determinadas ciertas reglas de transformación, se generen por inferencia deductiva otros enunciados consistentes con los primeros, Estos resultados no pueden ser calificados como "corroborados" o "refutados" por la experiencia externa. No dependen de ningún caso real. "Su significado es interno, formal." (Martí Sala, E. 2000. p.11)

Sin embargo, ese resultado matemático puede representar aspectos de la realidad. Es más, la matemática es sumamente útil para resolver cuestiones cotidianas, vinculadas a lo fáctico. No creo que haya muchos ámbitos de la realidad en los cuales la aplicación de modelos matemáticos no sea calificador y explicativo.

Por lo tanto, podemos hablar de dos significados en matemáticas: uno interno, formal, puramente matemático: otro, referencial, que relaciona el sistema formal de la ciencia con algunos aspectos del mundo real.

Esto es muy importante a la hora de plantear problemas matemáticos, pues en ocasiones al alumnado le resulta difícil conciliar el modelo matemático "puro" y el que representa a la realidad.

Artículo de

la Especialidad

Un ejemplo que menciona Martí, citando a Gardner, es el caso de una niña que sabía sumar perfectamente 16 y 9 contando galletas, pero se equivocaba cuando efectuaba la operación de manera escrita, pues obtenía 15 al olvidar llevarse 1. Cuando se la cuestionaba sobre la contradicción afirmaba que ambas soluciones eran correctas: ¡Una para contar galletas y otra para hacerlo con números escritos!

En otros casos, el alumno a opera sobre los signos matemáticos, independientemente de toda referencia empírica, como en el siguiente ejemplo que menciona Martí, citando nuevamente II Gardner:

“? Qué temperatura tiene el agua de un recipiente si mezclo dos recipientes que tenían agua a 10°?" - 20 grados, contesta alumno.

Es sumamente importante recordar lo señalado y presentar problemas que no acentúen las diferencias que puede haber entre lo matemático puro y lo referencial tratando, en todo momento, de clarificar, redefinir los conceptos matemáticos en relación con los conceptos informales y cotidianos.

-"Sea n un número", dice el profesor.

-" Pero no es una letra", responde un alumno.

Quiero enfatizar lo señalado hasta ahora porque, en muchas ocasiones, al facilitar el aprendizaje de la matemática en la escuela, sólo se enfatiza su aspecto formal olvidándose del referencial, lo

ERROR: ioerror

OFFENDING COMMAND: image

STACK: